

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФГАОУ ВО «МФТИ (ГУ)»

Экзамен для переводников и восстанавливающихся на второй семестр

январь 2017 г.

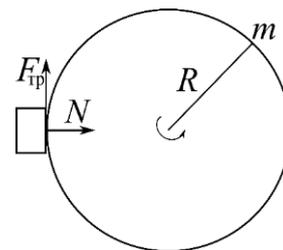
1. Маховик массой  $m = 20$  кг и радиусом  $R=120$  мм вращается с частотой  $\nu_0=600$  об/мин. С какой силой надо прижать к нему тормозную колодку, чтобы он остановился за  $\tau=3$  с, если коэффициент трения  $k=0,1$ ? Маховик считать однородным диском.
2. Сплошной однородный шар массой  $m = 1$  кг катится без проскальзывания со скоростью  $V = 10$  см/с. Другой такой же шар катится без проскальзывания со скоростью  $u = 8$  см/с. Найти разность кинетических энергий шаров.
3. На широте  $\varphi = 60^\circ$  паровоз массой  $m = 100$  т идёт с юга на север со скоростью  $V=72$  км/ч по железнодорожному пути вдоль меридиана. Найти горизонтальную составляющую силы, с которой паровоз действует на рельсы в направлении перпендикулярном ходу паровоза.
4. Сплошной однородный диск радиусом  $r = 10$  см колеблется практически без затухания около горизонтальной оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через край диска. Какой длины  $l$  должен быть математический маятник, имеющий тот же период колебаний, что и диск?
5. На какую величину удлинится однородный стержень, подвешенный за один конец, под действием собственного веса. Модуль Юнга материала стержня  $E$ , его длина  $L$ , площадь поперечного сечения  $S$ , масса  $M$ .

## Решение

$$1. I \frac{d\omega}{dt} = -F_{\text{тр}} R = -kNR.$$

$$\omega(t) = \omega_0 - \frac{kNRt}{I} \Rightarrow \omega_0 = \frac{kNR\tau}{I}.$$

$$N = \frac{\omega_0 I}{kR\tau} = \frac{2\pi v_0 m R^2 / 2}{kR\tau} = \frac{\pi v_0 m R}{k\tau} = 251 \text{ Н.}$$



$$2. K = \frac{mV^2}{2} + \frac{I_c \omega^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{2mR^2 V^2}{2 \cdot 5R^2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) mV^2 = \frac{7}{10} mV^2.$$

$$\left( \begin{array}{l} \omega = \frac{V}{R}, \\ I_c = \frac{2}{5} mR^2. \end{array} \right)$$

$$K_1 - K_2 = \frac{7}{10} m(V^2 - u^2) = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2,5 \text{ мДж.}$$

3. На паровоз действует сила Кориолиса:

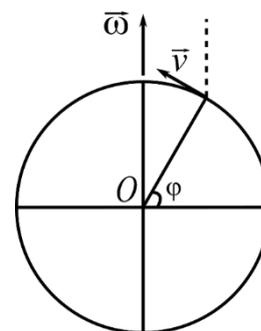
$$\vec{F}_k = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}].$$

Сила, с которой паровоз действует на рельсы:

$$\vec{F} = \vec{F}_k = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}].$$

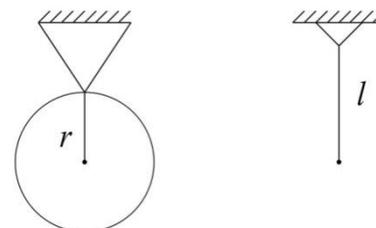
$$F = 2mv\omega \sin \varphi = 252 \text{ Н.}$$

Паровоз действует на правый (по ходу паровоза) рельс пути.



4. Т.к. по теореме Штейнера  $I = \frac{mr^2}{2} + mr^2$ , то:

$$l = l_{\text{пр}} = \frac{I}{mr} = \frac{\frac{mr^2}{2} + mr^2}{mr} = \frac{3}{2} r = 15 \text{ см.}$$



5. Разобьём стержень на тонкие диски, толщиной  $dx$ . Рассмотрим диск, расположенный на расстоянии  $x$  от закреплённого конца. На него действует сила  $F = \frac{M}{L}(L-x)g$ , обусловленная весом части стержня, расположенной снизу от диска. Используя закон Гука, найдём изменение толщины диска  $dL_x$ :

$$F/S = E \frac{dL_x}{dx}. \text{ Выполнив суммирование по всем дискам, получим величину}$$

удлинения стержня:

$$\Delta L = \int_0^L \frac{F dx}{S \cdot E} = \frac{Mg}{LSE} \int_0^L (L-x) dx = \frac{MgL}{2SE}.$$

## Инструкция для проверяющих

За каждую задачу выставляется баллы согласно следующим критериям:

<b>1</b>	Задача решена верно: приведено <i>обоснованное</i> решение и даны ответы на все вопросы задачи. Возможно наличие арифметических ошибок, не влияющих на ход решения и не приводящих к ошибке в порядке величины.
<b>0,8</b>	Ход решения задачи в целом верен и получены ответы на <i>все</i> вопросы задачи, но решение содержит вычислительные или логические ошибки (арифметические ошибки, влияющие на порядок величины; ошибки в размерности; незначительные ошибки в выкладках; ошибка в знаке величины; отсутствуют необходимые промежуточные доказательства и т.п.)
<b>0,5</b>	Задача не решена или решена частично, но <i>все</i> необходимые для решения физические законы сформулированы и <i>корректно применены</i> к задаче. При этом есть исходная система уравнений, выкладки начаты, но не доведены до конца, либо содержат грубые ошибки.
<b>0,2</b>	Задача не решена, но есть некоторые подвижки в её решении: использованы физические законы, на основе которых задача может быть решена, однако допущены ошибки на этапе составления исходной системы.
<b>0</b>	Задача не решена: основные физические законы перечислены не полностью или использованы законы, не имеющие отношения к задаче; подход к решению принципиально неверен; решение задачи не соответствует условию; попытки решить задачу не было.

Оценка за работу равна удвоенной сумме баллов по всем задачам, округленной до ближайшего целого (десятибалльная система).

Итоговая оценка за письменную работу:

10, 9, 8 баллов – отлично,

7, 6, 5 баллов – хорошо,

4, 3 балла – удовлетворительно,

2, 1, 0 баллов – неудовлетворительно.

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФГАОУ ВО «МФТИ (ГУ)»

Экзамен для переводников и восстанавливающихся на второй семестр

январь 2018 г.

1. Ракета массой  $m = 10$  кг стоит на стартовом столе вертикально. При каком наименьшем расходе топлива (в кг/с) ракета оторвется от стартового стола? Скорость истечения газов из сопла  $u = 200$  м/с.
2. На тяжелый барабан, который может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, намотан лёгкий гибкий шнур. По шнуру лезет вверх обезьяна массой  $M$ . Определить её ускорение относительно шнура, если её скорость относительно земли постоянна. Момент инерции барабана  $I$ , его радиус  $R$ .
3. Найти скорость центра масс сплошного однородного цилиндра, который скатывается с нулевой начальной скоростью с наклонной плоскости без проскальзывания, к моменту, когда положение центра масс цилиндра по вертикали уменьшается на  $H$ . Наклонная плоскость плавно переходит на горизонтальную поверхность.
4. Однородный шар подвешен на лёгком стержне, длина которого равна радиусу шара  $R$ . Точка подвеса стержня, точка его крепления к шару и центр шара находятся на одной прямой. Найти отношение периода  $T_1$  малых колебаний шара к периоду колебаний  $T_2$  математического маятника длиной  $2l$ .
5. Период вертикальных колебаний тела, подвешенного на лёгкой упругой пружине,  $T = 0,2$  с. Определить, на какую длину растянется пружина, когда тело висит на ней неподвижно.

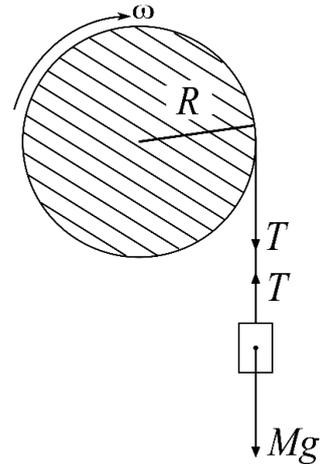
### Решение

1. Уравнение Мещерского:  $m \frac{dv}{dt} = -mg - u \frac{dm}{dt}$ .

Наименьший расход  $\mu = -\frac{dm}{dt}$  будет при  $\frac{dv}{dt} = 0$ .

$$\mu = \frac{mg}{u} = \frac{10 \cdot 10}{200} = 0,5 \text{ кг/с.}$$

2.  $\begin{cases} T = Mg \\ I\beta = TR \end{cases} \Rightarrow I\beta = MgR; \beta = \frac{a}{R}; a = \frac{MgR^2}{I}$ .



3.  $mgH = \frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$ . (1)

$V = \omega R$ . (2)

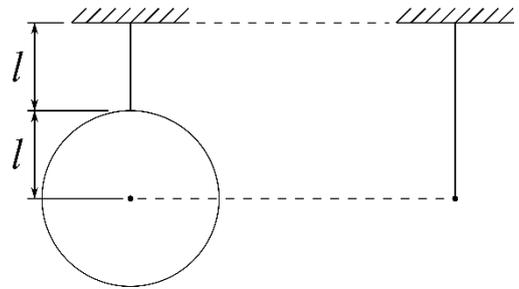
Из (1), (2):  $V^2 \left( m + \frac{I}{R^2} \right) = 2mgH \Rightarrow$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \frac{I}{mR^2}}} = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \frac{mR^2/2}{mR^2}}} = \sqrt{\frac{4gH}{3}}.$$

4.  $l_{\text{np}} = \frac{\frac{2}{5}ml^2 + m(2l)^2}{m(2l)} = \frac{11}{5}l$ .

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{l_{\text{np}}}}{\sqrt{2l}} = \sqrt{\frac{11}{10}} = 1,05.$$

5.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{T^2}{4\pi^2}$ . (1)



При равновесии тела:  $k\Delta l = mg; \Delta l = \frac{mg}{k}$ . (2)

Из (1), (2):  $\Delta l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{0,2^2 \cdot 10}{4 \cdot 3,14^2} = 0,01 \text{ м} = 1 \text{ см.}$

## Инструкция для проверяющих

За каждую задачу выставляется баллы согласно следующим критериям:

1	Задача решена верно: приведено <i>обоснованное</i> решение и даны ответы на все вопросы задачи. Возможно наличие арифметических ошибок, не влияющих на ход решения и не приводящих к ошибке в порядке величины.
0,8	Ход решения задачи в целом верен и получены ответы на <i>все</i> вопросы задачи, но решение содержит вычислительные или логические ошибки (арифметические ошибки, влияющие на порядок величины; ошибки в размерности; незначительные ошибки в выкладках; ошибка в знаке величины; отсутствуют необходимые промежуточные доказательства и т.п.)
0,5	Задача не решена или решена частично, но <i>все</i> необходимые для решения физические законы сформулированы и <i>корректно применены</i> к задаче. При этом есть исходная система уравнений, выкладки начаты, но не доведены до конца, либо содержат грубые ошибки.
0,2	Задача не решена, но есть некоторые подвижки в её решении: использованы физические законы, на основе которых задача может быть решена, однако допущены ошибки на этапе составления исходной системы.
0	Задача не решена: основные физические законы перечислены не полностью или использованы законы, не имеющие отношения к задаче; подход к решению принципиально неверен; решение задачи не соответствует условию; попытки решить задачу не было.

Оценка за работу равна удвоенной сумме баллов по всем задачам, округленной до ближайшего целого (десятибалльная система).

Итоговая оценка за письменную работу:

10, 9, 8 баллов – отлично,

7, 6, 5 баллов – хорошо,

4, 3 балла – удовлетворительно,

2, 1, 0 баллов – неудовлетворительно.